Za $m, n \in \mathbf{N}$ definišimo skup

$$E_n(m) = \bigcup_{k=n}^{\infty} \{x \in X : | f_k(x) - f(x) | \geq \frac{1}{m}\}.$$

Jasno, $E_n(m) \in \mathcal{M}$ i $E_{n+1}(m) \subseteq E_n(m)$, $n \in \mathbf{N}$. Kako $f_n(x) \to f(x), n \to \infty$, za sve $x \in X$, sledi da je $\bigcap_{n=1}^{\infty} E_n(m) = \emptyset$. Zbog pretpostavke teoreme da je $\mu(X) < \infty$, imamo da $\mu(E_n(m)) \to 0$ kada $n \to \infty$.

Neka je $\delta > 0$ i $k_m \in \mathbf{N}$ takav da važi:

$$\mu(E_{k_m}(m)) < \frac{\delta}{2^m}, \quad E_\delta = \bigcup_{m=1}^{\infty} E_{k_m}(m).$$

Iz definicije skupa E_δ sledi da $E_\delta \in \mathcal{M}$ i $\mu(E_\delta) < \delta$. Ako $x \notin E_\delta$ tada $x \notin E_{k_m}(m), m \in \mathbf{N}$, pa važi

$$| f_k(x) - f(x) | < \frac{1}{m}, \text{ za sve } k \geq k_m.$$

To znači da niz $(f_n)_{n \in \mathbf{N}}$ uniformno konvergira na komplementu skupa E_δ tj. konvergira skoro uniformno na X. ∎